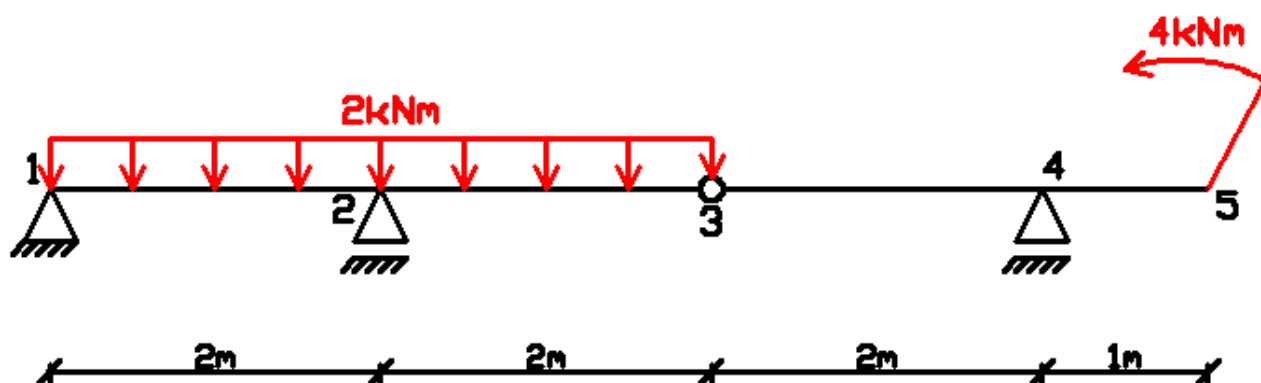
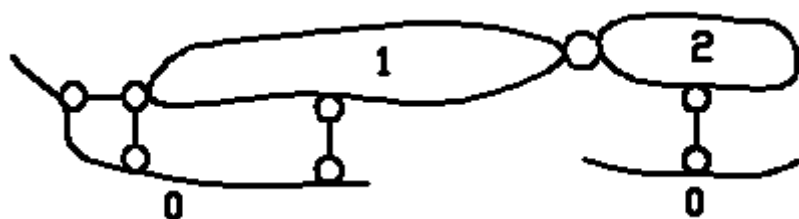


Przykład 9



1. Statyczna wyznaczalność i geometryczna niezmiennosc



Liczba tarcz  $t = 2$   
Liczba więzi  $e = 6$

$$e = 3t$$

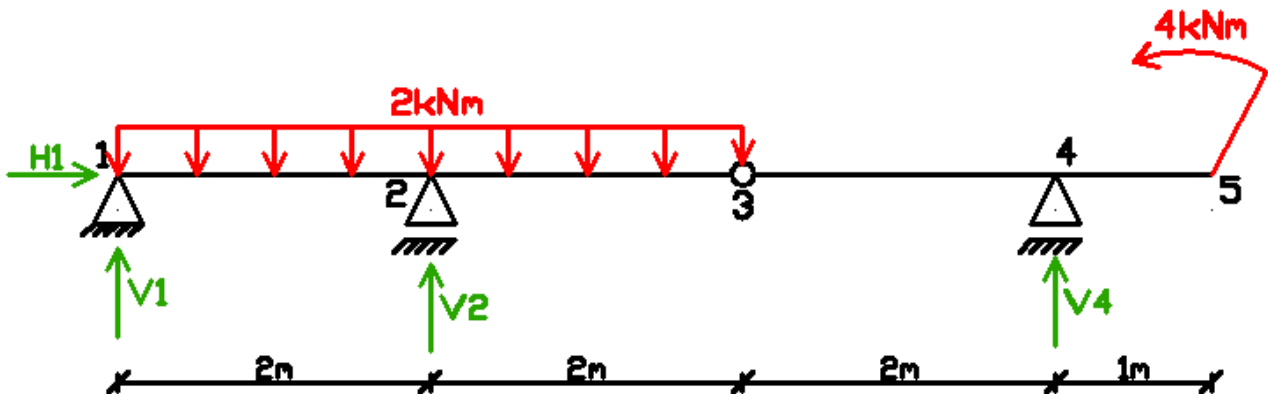
$$6 = 3 \cdot 2$$

$$6 = 6$$

Układ jest statycznie wyznaczalny

Tarcza 1 jest połączona z fundamentem (tarcza 0) za pomocą trzech więzi niezbieżnych i nierównoległych, zatem na podstawie twierdzenia o dwóch tarczach tworzą jedną wspólną tarczę (tarcza 0). Tarcza 2 jest połączona z tarczą 0 za pomocą trzech więzi niezbieżnych i nierównoległych, zatem na podstawie twierdzenia o dwóch tarczach tworzą jedną wspólną tarczę. Układ jest geometryczna niezmienny.

## 2. Wyznaczenie reakcji podpór



### Reakcja $V_4$

$$\begin{aligned}\Sigma M_3^P &= 0 \\ -V_4 \cdot 2\text{m} - 4\text{kNm} &= 0 \\ V_4 &= -2\text{kN}\end{aligned}$$

### Reakcja $V_2$

$$\begin{aligned}\Sigma M_1^P &= 0 \\ 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} \cdot 2\text{m} - V_2 \cdot 2\text{m} - V_4 \cdot 6\text{m} - 4\text{kNm} &= 0 \\ 16\text{kNm} - V_2 \cdot 2\text{m} + 2\text{kN} \cdot 6\text{m} - 4\text{kNm} &= 0 \\ -V_2 \cdot 2\text{m} + 24\text{kNm} &= 0 \\ V_2 &= 12\text{kN}\end{aligned}$$

### Reakcja $V_1$

$$\begin{aligned}\Sigma Y &= 0 \\ -V_1 + 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} - V_2 - V_4 &= 0 \\ -V_1 + 8\text{kN} - 12\text{kN} + 2\text{kN} &= 0 \\ V_1 &= -2\text{kN}\end{aligned}$$

### Reakcja $H_1$

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 0 \\ H_1 &= 0\end{aligned}$$

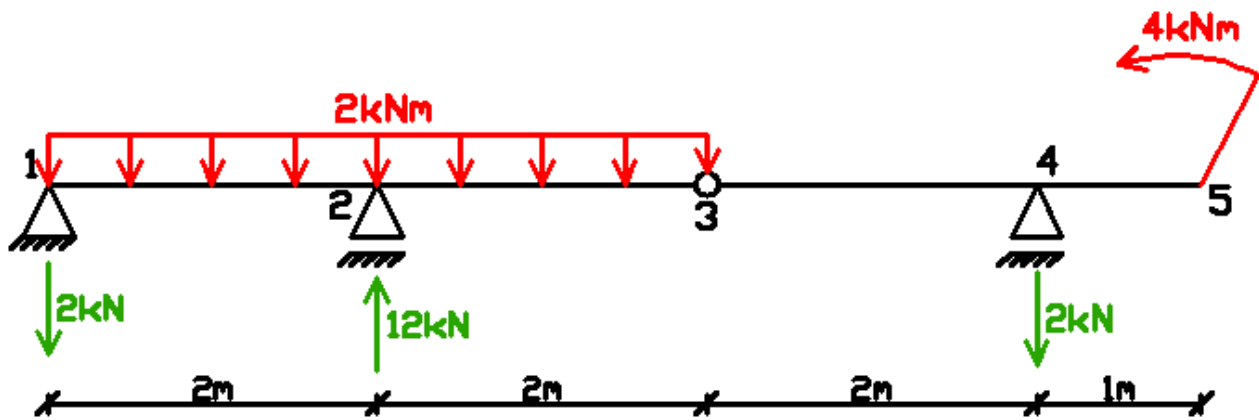
### Sprawdzenie

$$\begin{aligned}\Sigma M_3 &= 0 \\ V_1 \cdot 4\text{m} - 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} \cdot 2\text{m} + V_2 \cdot 2\text{m} - V_4 \cdot 2\text{m} - 4\text{kNm} &= 0 \\ -2\text{kN} \cdot 4\text{m} - 16\text{kNm} + 12\text{kN} \cdot 2\text{m} + 2\text{kN} \cdot 2\text{m} - 4\text{kNm} &= 0 \\ -8\text{kNm} - 16\text{kNm} + 24\text{kNm} + 4\text{kNm} - 4\text{kNm} &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Reakcje policzone poprawnie

### 3. Siły przekrojowe

Włókna porównawcze – włókna dolne belki



#### 3.1 Momenty zginające

Przedział 1-2  $x \in [0, 2\text{m}]$

$$M(x) = -2 \cdot x - 2 \cdot x \cdot 0,5 \cdot x$$

$$M(x) = -2x - x^2$$

Ekstremum

$$M(x) = -2x - x^2$$

$$M'(x) = -2 - 2x$$

$$0 = -2 - 2x$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Ekstremum znajduje się poza przedziałem

Punkt 1,  $x = 0$

$$M(x) = -2x - x^2$$

$$M(0) = 0$$

Punkt 2,  $x = 2\text{m}$

$$M(x) = -2x - x^2$$

$$M(2) = -4 - 4$$

$$M(2) = -8\text{kNm}$$

Przedział 2-3,  $x \in [2, 4\text{m}]$

$$\begin{aligned}M(x) &= -2 \cdot x - 2 \cdot x \cdot 0,5 \cdot x + 12 \cdot (x - 2) \\M(x) &= -2x - x^2 + 12x - 24 \\M(x) &= -x^2 + 10x - 24\end{aligned}$$

Ekstremum

$$\begin{aligned}M(x) &= -x^2 + 10x - 24 \\M'(x) &= -2x + 10 \\0 &= -2x + 10 \\2x &= 10 \\x &= 5\end{aligned}$$

Ekstremum znajduje się poza przedziałem

Punkt 2,  $x = 2\text{m}$

$$\begin{aligned}M(x) &= -x^2 + 10x - 24 \\M(2) &= -4 + 10 \cdot 2 - 24 \\M(2) &= -8\text{kNm}\end{aligned}$$

Punkt 3,  $x = 4\text{m}$

$$\begin{aligned}M(x) &= -x^2 + 10x - 24 \\M(4) &= -4^2 + 10 \cdot 4 - 24 \\M(4) &= -16 + 40 - 24 \\M(4) &= 0\end{aligned}$$

Punkt 4

$$\begin{aligned}M_4 &= -2\text{kN} \cdot 6\text{m} - 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} \cdot 4\text{m} + 12\text{kN} \cdot 4\text{m} \\M_4 &= -12\text{kNm} - 32\text{kNm} + 48\text{kNm} \\M_4 &= 4\text{kNm}\end{aligned}$$

Punkt 5

$$M_5 = 4\text{kNm}$$

### 3.2 Siły tnące

Przedział 1-2,  $x \in [0, 2\text{m}]$

$$\begin{aligned}M(x) &= -2x - x^2 \\M'(x) &= -2 - 2x \\T(x) &= -2 - 2x\end{aligned}$$

Punkt 1,  $x = 0$

$$\begin{aligned}T(x) &= -2 - 2x \\T(0) &= -2\text{kN}\end{aligned}$$

Punkt 2,  $x = 2\text{m}$

$$\begin{aligned}T(x) &= -2 - 2x \\T(2) &= -2 - 2 \cdot 2 \\T(2) &= -6\text{kN}\end{aligned}$$

Przedział 2 – 3,  $x \in [2, 4\text{m}]$

$$\begin{aligned}M(x) &= -x^2 + 10x - 24 \\M'(x) &= -2x + 10 \\T(x) &= -2x + 10\end{aligned}$$

Punkt 2,  $x = 2\text{m}$

$$\begin{aligned}T(x) &= -2x + 10 \\T(2) &= -2 \cdot 2 + 10 \\T(2) &= 6\text{kN}\end{aligned}$$

Punkt 3,  $x = 4\text{m}$

$$\begin{aligned}T(x) &= -2x + 10 \\T(4) &= -2 \cdot 4 + 10 \\T(4) &= 2\text{kN}\end{aligned}$$

Przedział 3-4

$$\begin{aligned}T_{3-4} &= -2\text{kN} - 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} + 12\text{kN} \\T_{3-4} &= -2\text{kN} - 8\text{kN} + 12\text{kN} \\T_{3-4} &= 2\text{kN}\end{aligned}$$

Przedział 4-5

$$\begin{aligned}T_{4-5} &= -2\text{kN} - 2\text{kN/m} \cdot 4\text{m} + 12\text{kN} - 2\text{kN} \\T_{4-5} &= -2\text{kN} - 8\text{kN} + 12\text{kN} - 2\text{kN} \\T_{4-5} &= 0\end{aligned}$$

### 3.3 Siły osiowe

Siły osiowe w całej belce wynoszą 0.

### 4. Wykresy sił przekrojowych

