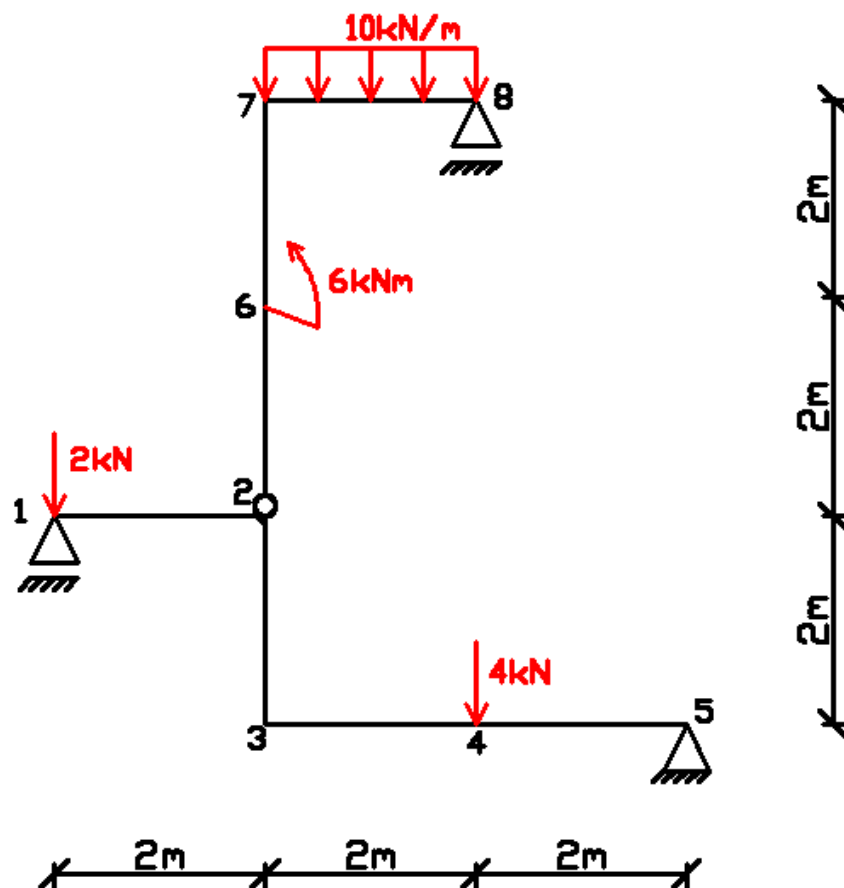
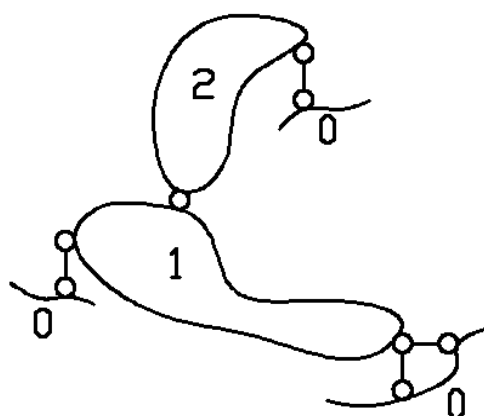


Przykład 11



1. Statyczna wyznaczalność i geometryczna niezmiennosc



Liczba tarcz $t = 2$
 Liczba więzi $e = 6$

$$e = 3t$$

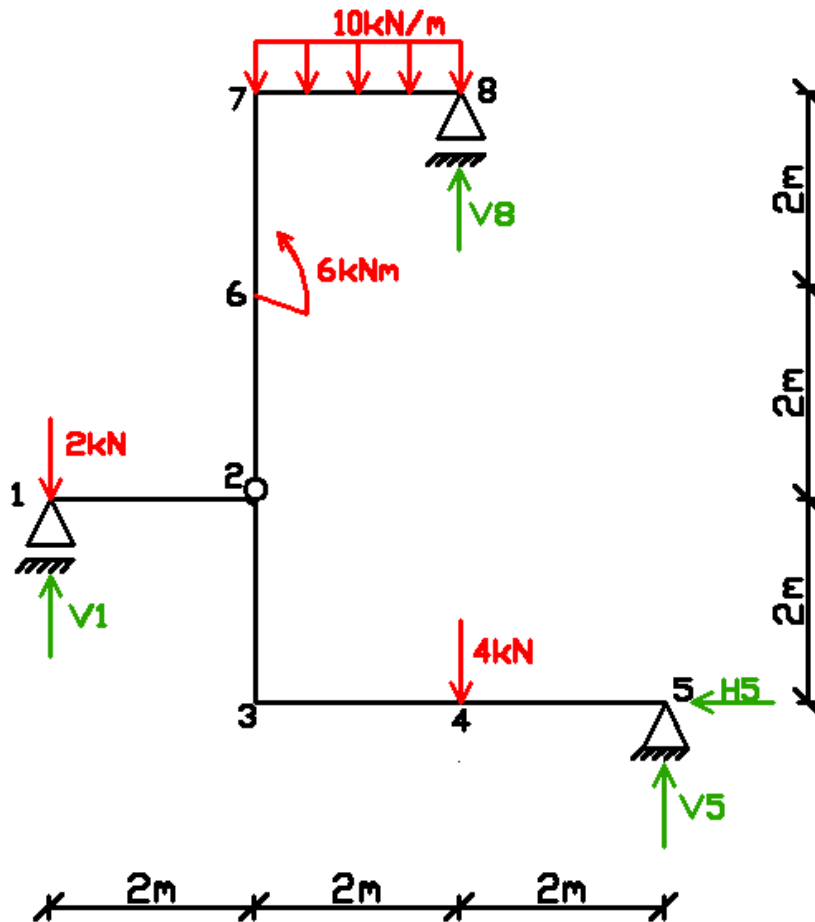
$$6 = 3 \cdot 2$$

$$6 = 6$$

Układ jest statycznie wyznaczalny

Tarcza 1 jest połączona z fundamentem (tarcza 0) za pomocą trzech więzi niezbieżnych i nierównoległych zatem na podstawie twierdzenia o dwóch tarczach tworzą jedną wspólną tarczę (tarcza 0). Tarcza 2 jest połączona z tarczą 0 za pomocą trzech więzi niezbieżnych i nierównoległych zatem na podstawie twierdzenia o dwóch tarczach tworzą jedną wspólną tarczę. Układ jest geometrycznie niezmienny.

2. Wyznaczenie reakcji podpór



Reakcja V_8

$$\begin{aligned} \Sigma M_2^G &= 0 \\ -6\text{kNm} + 10\text{kN/m} \cdot 2\text{m} \cdot 1\text{m} - V_8 \cdot 2\text{m} &= 0 \\ -6\text{kNm} + 20\text{kNm} - V_8 \cdot 2\text{m} &= 0 \\ 14\text{kNm} - V_8 \cdot 2\text{m} &= 0 \\ V_8 &= 7\text{kN} \end{aligned}$$

Reakcja H_5

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0 \\ H_5 &= 0 \end{aligned}$$

Reakcje V_5 i V_1

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= 0 \\ -V_1 + 2\text{kN} + 4\text{kN} - V_5 + 10\text{kN/m} \cdot 2\text{m} - V_8 &= 0 \\ -V_1 + 2\text{kN} + 4\text{kN} - V_5 + 20\text{kN} - 7\text{kN} &= 0 \\ -V_1 - V_5 + 19\text{kN} &= 0 \\ V_1 + V_5 &= 19\text{kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_2^D &= 0 \\ V_1 \cdot 2m - 2kN \cdot 2m + 4kN \cdot 2m - V_5 \cdot 4m + H_5 \cdot 2m &= 0 \\ V_1 \cdot 2m - 4kNm + 8kNm - V_5 \cdot 4m &= 0 \\ V_1 \cdot 2m - V_5 \cdot 4m &= -4kNm\end{aligned}$$

Otrzymujemy układ równań

$$\begin{aligned}V_1 + V_5 &= 19 \\ 2 \cdot V_1 - 4 \cdot V_5 &= -4\end{aligned}$$

Po jego rozwiązaniu otrzymujemy wartości:

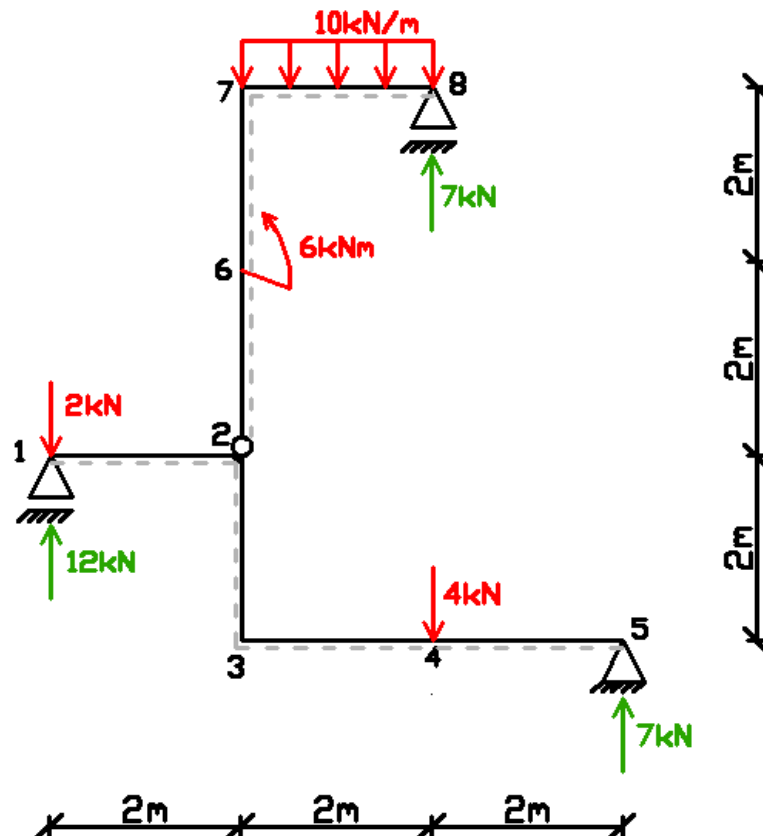
$$\begin{aligned}V_1 &= 12kN \\ V_5 &= 7kN\end{aligned}$$

Sprawdzenie

$$\begin{aligned}\Sigma M_6 &= 0 \\ -V_8 \cdot 2m + 10kN/m \cdot 2m \cdot 1m - 6kNm - 2kN \cdot 2m + V_1 \cdot 2m + 4kN \cdot 2m - V_5 \cdot 4m + H_5 \cdot 4m &= 0 \\ -7kN \cdot 2m + 20kNm - 6kNm - 4kNm + 12kN \cdot 2m + 4kN \cdot 2m - 7kN \cdot 4m &= 0 \\ -14kNm + 20kNm - 6kNm - 4kNm + 24kNm + 8kNm - 28kNm &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Reakcje policzone poprawnie

3. Siły przekrojowe



3.1 Momenty zginające

Punkt 5

$$M_5 = 0$$

Punkt 4

$$M_4 = 7kN \cdot 2m$$
$$M_4 = 14kNm$$

Punkt 3

$$M_3 = 7kN \cdot 4m - 4kN \cdot 2m$$
$$M_3 = 28kNm - 8kNm$$
$$M_3 = 20kNm$$

Punkt 2 (od dołu)

$$M_2^D = 7kN \cdot 4m - 4kN \cdot 2m$$
$$M_2^D = 28kNm - 8kNm$$
$$M_2^D = 20kNm$$

Punkt 1

$$M_1 = 0$$

Przedział 8 – 7, $x \in [0, 2m]$

$$M(x) = 7 \cdot x - 10 \cdot x \cdot 0,5 \cdot x$$
$$M(x) = 7x - 5x^2$$

Ekstremum

$$M(x) = 7x - 5x^2$$
$$M'(x) = 7 - 10x$$
$$0 = 7 - 10x$$
$$x = 0,7m$$

$$M(x) = 7x - 5x^2$$
$$M(0,7) = 7 \cdot 0,7 - 5 \cdot 0,7^2$$
$$M(0,7) = 4,9 - 2,45$$
$$M(0,7) = 2,45kNm$$

Funkcja osiąga ekstremum gdy $x = 0,7m$ i jej wartość w tym punkcie wynosi $2,45kNm$

Punkt 8, $x = 0$

$$M(x) = 7x - 5x^2$$
$$M(0) = 0$$

Punkt 7, $x = 2\text{m}$

$$M(x) = 7x - 5x^2$$
$$M(2) = 7 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$
$$M(2) = 14 - 20$$
$$M(2) = -6\text{kNm}$$

Punkt 6 (z góry)

$$M_6^G = 7\text{kN} \cdot 2\text{m} - 10\text{ kN/m} \cdot 2\text{m} \cdot 1\text{m}$$
$$M_6^G = 14\text{kNm} - 20\text{kNm}$$
$$M_6^G = -6\text{kNm}$$

Punkt 6 (z dołu)

$$M_6^D = 7\text{kN} \cdot 2\text{m} - 10\text{ kN/m} \cdot 2\text{m} \cdot 1\text{m} + 6\text{kNm}$$
$$M_6^D = 14\text{kNm} - 20\text{kNm} + 6\text{kNm}$$
$$M_6^D = 0$$

Punkt 2 (z góry)

$$M_2^G = 0$$

3.2 Siły tnące

Przedział 5-4

$$T_{5-4} = -7\text{kN}$$

Przedział 4-3

$$T_{4-3} = -7\text{kN} + 4\text{kN}$$
$$T_{4-3} = -3\text{kN}$$

Przedział 3-2

$$T_{3-2} = 0$$

Przedział 1-2

$$T_{1-2} = 12\text{kN} - 2\text{kN}$$
$$T_{1-2} = 10\text{kN}$$

Przedział 2-6

$$T_{2-6} = 0$$

Przedział 6-7

$$T_{6-7} = 0$$

Przedział 8-7

$$\begin{aligned}M(x) &= 7x - 5x^2 \\M'(x) &= 7 - 10x \\T(x) &= -7 + 10x\end{aligned}$$

Punkt 8, $x = 0$

$$\begin{aligned}T(x) &= -7 + 10x \\T(0) &= -7 \text{ kN}\end{aligned}$$

Punkt 7, $x = 2\text{m}$

$$\begin{aligned}T(x) &= -7 + 10x \\T(2) &= -7 + 20 \\T(2) &= 13 \text{ kN}\end{aligned}$$

3.3 Siły osiowe

Przedział 5-4

$$N_{5-4} = 0$$

Przedział 4-3

$$N_{4-3} = 0$$

Przedział 3-2

$$\begin{aligned}N_{3-2} &= -7 \text{ kN} + 4 \text{ kN} \\N_{3-2} &= -3 \text{ kN}\end{aligned}$$

Przedział 1-2

$$N_{1-2} = 0$$

Przedział 8-7

$$N_{8-7} = 0$$

Przedział 7-6

$$\begin{aligned} N_{7-6} &= 7\text{kN} - 10\text{kN/m} \cdot 2\text{m} \\ N_{7-6} &= 7\text{kN} - 20\text{kN} \\ N_{7-6} &= -13\text{kN} \end{aligned}$$

Przedział 6-2

$$\begin{aligned} N_{6-2} &= 7\text{kN} - 10\text{kN/m} \cdot 2\text{m} \\ N_{6-2} &= 7\text{kN} - 20\text{kN} \\ N_{6-2} &= -13\text{kN} \end{aligned}$$

4. Wykresy sił przekrojowych

